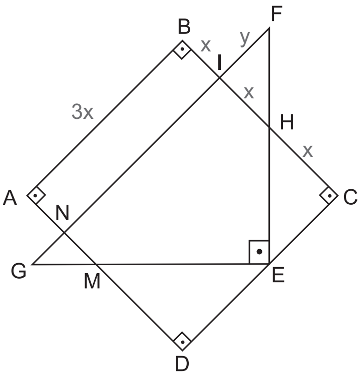
Nome: ______________________________ Unidade: ______________

Curso: ______________ Sala: ______________ Matrícula: ______________ **Nota:** ______________

QUESTÃO 1 (valor 50 pontos)

Observe a figura abaixo



Nessa figura temos

- O quadrilátero ABCD é um quadrado.
- AB//FG.
- O ponto H é médio de FE.
- Os catetos FE e GE medem, respectivamente 6 cm e 8 cm.
- BI = HI e GN = 1 cm.

a) DETERMINE a distância do ponto B à reta suporte do segmento FG e a do ponto F à reta suporte do segmento BC

FG//AB, logo FIH é retângulo em I.

$\Delta FHI = \Delta EHC$, logo

$BI = IH = HC = x$

$FG = 10cm$

$GN + NI + IF = 10$

$1 + 3x + y = 10$

$\boxed{3x + y = 9}$ I

No Δ FIH, temos $\boxed{x^2 + y^2 = 9}$ II

Substituindo I em II temos

$x^2 + (9 - 3x)^2 = 9$

$x^2 + 81 - 54x + 9x^2 = 9$

$10x^2 - 54x + 72 = 0$

$5x^2 - 27x + 36 = 0$

$$x = \frac{27 \pm \sqrt{729 - 720}}{10}$$

$$x = \frac{27 \pm 3}{10} \quad 3 \quad \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

Para $x = \frac{12}{5}$, temos

$y = 9 - \frac{36}{5}$

$y = \frac{9}{5}$ cm

As distâncias pedidas são:

$BI = \frac{12}{5}$ cm

$FI = \frac{9}{5}$ cm

b) Determine MN, para que a área do triângulo MNG seja 27 vezes menor do que a área do triângulo MDE.

$$S\Delta MNG = \frac{1}{27} S\Delta MDE$$

$$\frac{1 \cdot MN}{\cancel{2}} = \frac{1}{27} \cdot \frac{DE \cdot MD}{\cancel{2}},$$

$$DE = \frac{36}{5} - \frac{9}{5} = \frac{27}{5} \text{ e}$$

$$DM = \frac{24}{5} - MN$$

$$MN = \frac{1}{\cancel{27}} \cdot \frac{\cancel{27}}{5}\left[\frac{24}{5} - MN\right]$$

$$5MN = \frac{24}{5} - MN \therefore 6MN = \frac{24}{5} \therefore \boxed{MN = \frac{4}{5}\text{cm}}$$

Nome:		Unidade:	
Curso:	Sala:	Matrícula:	**Nota:**

QUESTÃO 2 (valor 50 pontos)

Esta é uma questão constituída por três itens independentes envolvendo os números naturais e suas propriedades:

a) n é o menor número natural que é simultaneamente divisível por 40 e 75. Determine o valor de n.

$40 = 2^3.5$ $\quad$ $75 = 3.5^2$

$MMC = 2^3.3.5^2 \therefore MMC = 600$

Portanto $\boxed{n = 600}$

b) Sabe-se que mdc(m, 54) =2 e mmc(m, 54) = 3780. Determine a soma dos divisores ímpares de m.

MDC (m,54) = 2 e MMc (m,54) = m . 54

2 . 3780 = 54 m

m = 140

		1
140	2	2
70	2	4
35	5	5,10,20
7	7	7,14,28,35,70,140
1		

Divisores ímpares = 1, 5, 7, 35

Soma = 48

c) Para todo natural não nulo, prove que a sequência

$$a_n = (n + 1)^2 - (n^2 + 2) \text{ e } b_n = \frac{(n+1)^2 - (n-1)^2}{2}$$

presentam respectivamente, a sequência de naturais ímpares e a sequência de naturais pares. Em seguida, mostre que o resto da divisão de $(a_n + b_n)$ por 4, para qualquer n, deixa sempre mesmo resto.

$a_n = n^2 + 2n + 1 - n^2 - 2$

$a_n = 20 - 1$

$\forall\ n \in IN^*, a_n = 2n - 1$ é uma sequência ímpar

$$b_n = \frac{n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1}{2}$$

$b_n = \frac{4n}{2} \therefore b_n = 2n$

$\forall\ n \in IN,\ b_n = 2n$

é uma sequência par

$a_n + b_n = 2n - 1 + 2n \therefore a_n + b_n = 4n - 1$

4n – 1, são múltiplos de 4 menos 1, logo os números podem ser 3, 7, 11, 15, ... que ao ser dividido por 4 deixa sempre resto 3.