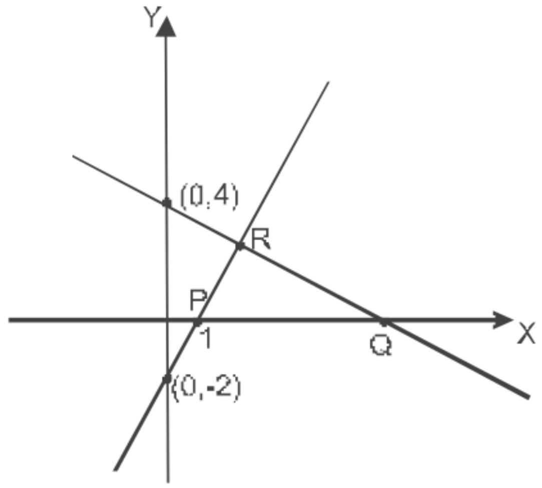
Nome: ______________________ Unidade: ______________

Curso: ______________ Sala: ______________ Matrícula: ______________ **Nota:** ______________

QUESTÃO 1 (valor 50 pontos)

Considere a figura:



Nela estão representadas os gráficos de duas funções reais f(x) – crescente – e g(x) – decrescente. Sabendo que os gráficos são duas retas perpendiculares, faça o que se pede.

a) Determine o valor de f(2) – 3 g(1)

Calculo de f(x)

P(1,0) e (0,-2)

$y = ax - 2,\ a = \frac{-2}{-1} = 2$

$y = 2x - 2$

$f(x) = 2x - 2$

Cálculo de g(x)

$y = ax + 4,\ a = -\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x + 4$

$g(x) = -\frac{x}{2} + 4$

Logo: $f(2) = 2$

$g(1) = \frac{7}{2}$

$f(2) - 3g(1) = 2 - \frac{21}{2}$

$f(2) - 3g(1) = -\frac{17}{2}$

b) Determine a lei da função do 2º grau cujo gráfico passa pelos pontos P, Q e R.

Coordenadas de R

$f(x) = g(x)$

$2x - 2 = -\frac{x}{2} + 4$

$4x - 4 = -x + 8$

$5x = 12$

$x = \frac{12}{5}$

$y = 2.\frac{12}{5} - 2$

$y = \frac{24}{5} - 2$

$y = \frac{14}{5}$

R (12/5, 14/5)

Função do 2º grau

$y = a(x - x_1)(x - x_2)$

$y = a(x-1)(x-8)$

$14/5 = a\,(12/5 - 1)(12/5 - 8)$

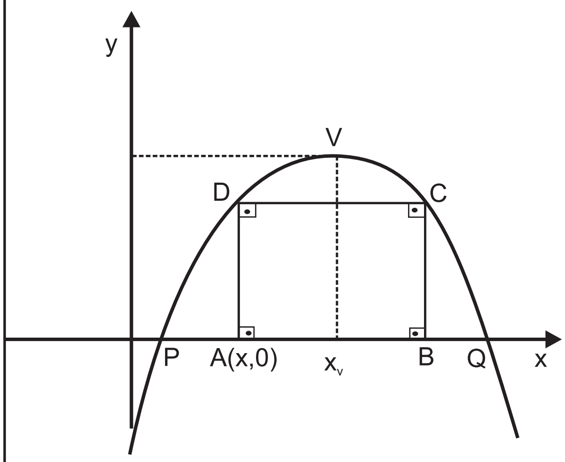
$\frac{14}{5} = a\left(\frac{7}{5}\right)\left(-\frac{28}{5}\right)$

$a = -\frac{5}{14}$

$f(x) = -\frac{5}{14}(x - 1)(x - 8)$

$f(x) = -\frac{5x^2}{14} + \frac{45}{14}x + \frac{20}{7}$

c) Considere um retângulo ABCD tal que os pontos C e D estão sobre o gráfico da função definida no item (b) e A e B estão sobre o eixo das abscissas, entre P e Q, com A = (x, 0). Defina, em função de x, a área e o perímetro desse retângulo.



$x_V = -\frac{b}{2a} = 4,5$

$AB = 2(4,5 - x) = 9 - 2x$

Coordenadas de D $\left(x, -\frac{5x^2}{14} + \frac{45x}{14} - \frac{20}{7}\right)$

Então, a área do retângulo ABCD é dada por

S = AB . AD

$S = (9 - 2x)\left(-\frac{5x^2}{14} + \frac{45x}{14} - \frac{20}{7}\right)$

$S = \frac{10x^3}{14} - \frac{53x^2}{14} + \frac{116x}{14} - \frac{360}{14}$

d) Determine x para que o retângulo do item (c) tenha perímetro máximo.

Calculo do x_v

$x_v = -\frac{b}{2a}$

$x_v = \dfrac{\frac{17x}{7}}{-\frac{10}{7}} = 1,7$

O perímetro é máximo quando x = 1,7

E o perímetro é 2P = 2 AB + 2 CD

$2P = 2\,(9 - 2x) + 2\left(-\frac{5x^2}{14} + \frac{45x}{14} - \frac{20}{7}\right)$

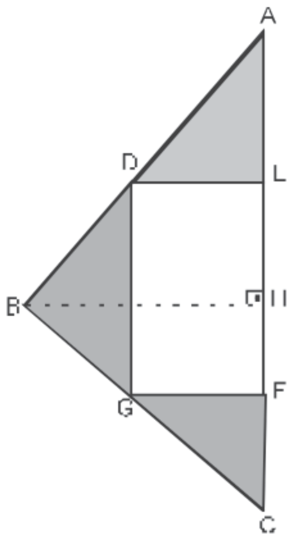
$2P = \frac{5x^2}{7} + \frac{17x}{7} + \frac{86}{7}$ *, ambas com domínio [1,4,5]*

Nome: ______________________________ Unidade: ______________

Curso: ____________ Sala: ____________ Matrícula: ____________ **Nota:** ____________

QUESTÃO 2 (valor 50 pontos)

Observe a figura



Nessa figura a med (HBC) = α, a med (BAC) = 2α, $AB = 4$ cm, BC = 2 cm e os pontos D e G, vértices do retângulo DEFG, são médios de AB e BC, respectivamente. **DETERMINE**

a) sen α e cos α .

No Δ BCH, temos

$\cos\alpha = \frac{BH}{2}$

$BH = 2\cos\alpha$

$\text{sen}\,\alpha = \frac{BH}{4}$

$BH = 4\,\text{sen}\,2a$

Logo

$4\,\text{sen}\,2\alpha = 2\cos\alpha$

$2 \cdot 2\text{sen}\,a\cos\alpha = \cos\alpha$

$4\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha - \cos\alpha = 0$

$\cos\alpha\,(4\,\text{sen}\,\alpha - 1) = 0$

$\cos\alpha = 0$ *ou* $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{4}$

$\cos\alpha = 0$ *não é conveniente*

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha = 1 - \frac{1}{16}$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{15}{16}}$

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$ α *é agudo*

b) A medida dos segmentos BH, HC e AH.

$\cos\alpha = \frac{BH}{2}$

$BH = 2\cos\alpha$

$BH = \frac{\sqrt{15}}{2}$

$\text{sen}\,\alpha = \frac{HC}{2}$

HC = 1/2 cm

$(AB)^2 = (BH)^2 + (AH)^2$

$16 = \frac{15}{4} + (AH)^2$

$(AH)^2 = \frac{49}{4}$

$AH = \frac{7}{2}$ *cm*

c) O volume do sólido gerado pela região hachurada, ao girar o triângulo ABC, de 360^0 em torno de AC.

$$V = V_{\text{cone maior}} - V_{\text{cone menor}} - V_{\text{cilindro}}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H + \frac{1}{3}\pi R^2 h - \pi r_1^2 h_1$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 (H - h) + \pi r_1^2 h_1$$

$$V = 1/3.\pi \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 \left(\frac{7}{2} + \frac{1}{2}\right) - \pi \left(\frac{\sqrt{15}}{4}\right)^2 .2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi . \frac{15}{4} . 4 - \pi . \frac{15}{16} . 2$$

$$V = 5\pi - \frac{15}{8}\pi$$

$$V = \frac{25}{8}\pi \ cm^3$$