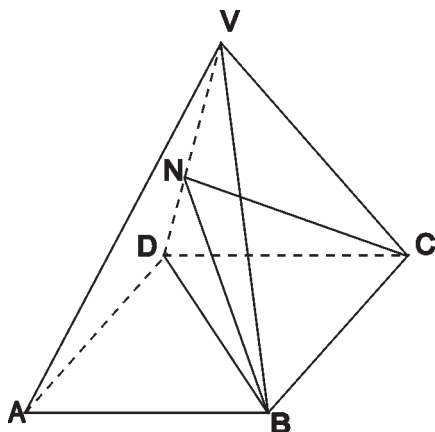


Nome: \_\_\_\_\_ Unidade: \_\_\_\_\_  
 Curso: \_\_\_\_\_ Sala: \_\_\_\_\_ Matricula: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 1 (valor 50 pontos)**

Observe a figura abaixo



Nesta figura VABCD é uma pirâmide quadrangular regular de volume  $12\text{m}^3$ . Sabendo que a aresta

$AB = 3\text{m}$  e que  $\frac{ND}{NV} = \frac{1}{2}$ , **determine**

1. A área do triângulo VDB.

A área do triângulo VDB.

$$V = \frac{1}{3} S_b h \therefore 12 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^2 h \therefore h = 8\text{m}$$

No triângulo VDB, isósceles, temos

$BD = 3\sqrt{2} \text{ m}$  e  $VH = 8 \text{ m}$ , logo

$S_{\Delta VDB} = 12\sqrt{2} \text{ m}^2$

2. A área do triângulo NDB.

A área do triângulo NDB.

$ND = \frac{1}{2} NV$ , logo  $ND = \frac{1}{3} VD$

Os triângulos  $NMD$  e  $VHD$  são semelhantes, logo

$NM = \frac{1}{3} VH = \frac{8}{3} \text{ m}$ .

Portanto,

$$S = \frac{1}{2} BD \cdot NM = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{8}{3} = 4\sqrt{2}$$

$S = 4\sqrt{2} \text{ m}^2$

3. O volume do tetraedro NDBC.

O volume do tetraedro NDBC.

$$V = \frac{1}{3} S_{\triangle BCD} \cdot NM = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{8}{3} = 4$$

Portanto,

$$V = 4 \text{ m}^3$$

4. O volume do tetraedro VNBC

O volume do tetraedro VNBC

$$V_{\text{tetraedro VNBC}} = V_{\text{tetraedro VDNC}} - V_{\text{tetraedro NDBC}} = 6 \text{ m}^3$$

Então,

$$6 - 4 = 2 \text{ m}^3$$



Nome: \_\_\_\_\_ Unidade: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_ Sala: \_\_\_\_\_ Matricula: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

### QUESTÃO 2 (valor 50 pontos)

Uma função polinomial de 5º grau possui uma única raiz real positiva. Ao dividirmos sua lei por  $x^3$  obtemos resto  $(-6x^2 - 4x - 8)$ , porém, ao dividirmos por  $x^4$  obtemos quociente  $(x + 2)$ .

1. Sabendo que  $f(1) = -18$ , determine a lei de  $f(x)$ .

Considere que  $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ .

Como podemos escrever  $f(x) = (ax^2 + bx + c)x^3 + dx^2 + ex + f$ , temos que o resto da divisão de  $f(x)$  por  $x^3$  é  $dx^2 + ex + f$ , ou seja, temos  $d = -6$ ,  $e = -4$  e  $f = -8$ .

Da mesma forma, como podemos escrever  $f(x) = (ax + b)x^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ , temos que o quociente da divisão de  $f(x)$  por  $x^4$  é  $ax + b$ , logo,  $a = 1$  e  $b = 2$ .

Assim, temos que  $f(x) = x^5 + 2x^4 + cx^3 - 6x^2 - 4x - 8$ .

Como  $f(1) = -18$ , temos que  $1 + 2 + c - 6 - 4 - 8 = -18 \rightarrow c = -3$

Logo, a lei de  $f(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 4x - 8$

2. Determine todos os zeros de  $f(x)$ .

As possíveis raízes racionais positivas de  $f(x)$  são 1, 2, 4 e 8. Como  $p(1) = -18$ , então 1 não é a raiz. Substituindo os outros valores temos que  $x = 2$  é a única raiz positiva de  $f(x)$ .

Dividindo  $f(x)$  por  $(x-2)$  obtemos  $q(x) = x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4$ . As outras raízes de  $f(x)$  são as raízes de  $q(x)$ . Como as possíveis raízes racionais negativas de  $q(x)$  (pois não existem outras raízes positivas) são -1, -2, -4 e -8, substituímos esses valores em  $f(x)$ .

Verificamos que -2 é raiz de  $q(x)$ .

Dividindo  $q(x)$  por  $(x+2)$  obtemos  $r(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2 = x^2(x+2) + x + 2 = (x+2)(x^2 + 1)$ . Assim, as outras raízes são -2,  $i$  e  $-i$ .

Assim, as raízes de  $f(x)$  são  $\{-2, 2, i, -i\}$

3. Determine a solução da inequação  $f(x) < 0$ .

Sabemos que  $f(x) = x^5 + 2x^4 - 3x^3 - 6x^2 - 4x - 8$

Na forma fatorada temos  $f(x) = (x + 2) (x - 2)^2 (x^2 + 1)$

Portanto a inequação pedida é

$$(x + 2) (x - 2)^2 (x^2 + 1) < 0$$

Observe:  $(x - 2)^2$  é sempre positivo ou nulo.

$x^2 + 1$  é sempre positivo.

Logo para que a função seja sempre negativa o fator  $x + 2 < 0$  e  $x \neq 2$

Assim,  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ e } x \neq 2\}$

4. Esboce o gráfico de  $f(x)$  e identifique seu domínio e imagem.

